



Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»**



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по науке и инновациям

В.Н. Коротяев

» «_____» 2017г.

**Рабочая программа дисциплины
«Разностные уравнения»**

Направление подготовки	01.06.01 Математика и механика
Направленность (профиль) программы аспирантуры	Функционально-дифференциальные уравнения
Научная специальность	01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
Квалификация выпускника	Исследователь. Преподаватель-исследователь
Выпускающие кафедры	Вычислительная математика и механика (ВМиМ) Высшая математика (ВМ)
Форма обучения	Очная
Курс: 2	Семестр: 4
Трудоёмкость:	
Кредитов по рабочему учебному плану:	2 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	72 ч
Виды контроля с указанием семестра:	
Экзамен: -	Зачёт: 4

Пермь 2017 г.

Рабочая программа дисциплины «Разностные уравнения» разработана на основании следующих нормативных документов:

- Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 866 от «30» июля 2014 г. по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика;
- Общая характеристика образовательной программы;
- Паспорт научной специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказа Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. №59 «Об утверждении Номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени» (редакция от 14 декабря 2015 года);
- Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

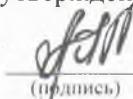
Рабочая программа дисциплины заслушана и утверждена на заседании кафедры ВМиМ
Протокол от «1» июня 2017г. № 11.
Зав. кафедрой ВМиМ



(подпись)

Н.А. Труфанов

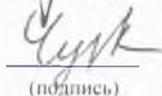
Рабочая программа дисциплины заслушана и утверждена на заседании кафедры ВМ
Протокол от «26» мая 2017г. № 11.
Зав. кафедрой ВМ



(подпись)

А.Р. Абдуллаев

Разработчик к.ф.-м.н.
программы



(подпись)

К.М. Чудинов

Руководитель к.ф.-м.н., доц.
программы



(подпись)

В.В. Малыгина

Согласовано:

Начальник УПКВК



(подпись)

Л.А. Свисткова

1. Общие положения

1.1 Цель учебной дисциплины – формирование комплекса знаний, умений и навыков в области исследования дискретных динамических систем с помощью разностных уравнений и систем.

В процессе изучения данной дисциплины аспирант формирует следующие **компетенции**:

- способность выделять наиболее актуальные направления развития теории функционально-дифференциальных динамических систем, определять новые актуальные исследовательские задачи и находить их точные формулировки (ПК-1);
- готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4);
- готовность использовать современные компьютерные методы решения и исследования функционально-дифференциальных уравнений (ПК-5).

1.2 Задачи учебной дисциплины:

- **формирование знаний**
 - изучение основных направлений развития теории дискретных динамических систем;
- **формирование умений**
 - формирование умения проводить количественные и качественные исследования свойств решений разностных уравнений;
- **формирование навыков**
 - формирование навыков применения современного аналитического аппарата и компьютерных методов решения и качественного исследования разностных уравнений.

1.3 Предметом освоения дисциплины являются следующие объекты:

- классические разностные уравнения (уравнения в конечных разностях);
- разностные уравнения и системы уравнений с отклоняющимся аргументом.

1.4 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.ДВ.02.4 «Разностные уравнения» является дисциплиной по выбору вариативной части цикла базового учебного плана.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате изучения дисциплины аспирант должен освоить части указанных в пункте 1.1 компетенций и продемонстрировать следующие результаты:

Знать:

- причины и принципы формирования направлений развития теории дискретных динамических систем;
- теоретические основы современных методов решения и качественного исследования разностных уравнений;
- теоретические основы современных компьютерных методов исследования разностных уравнений

Уметь:

- определять и формулировать новые актуальные исследовательские задачи теории разностных уравнений;
- разрабатывать возможности применения теории разностных уравнений для исследования свойств функционально-дифференциальных динамических систем;
- разрабатывать новые возможности применения компьютерных методов теории конечных разностей и разностных уравнений с отклоняющимся аргументом

Владеть:

- методами рационального выбора и формализации задач теории дискретных динамических систем;
- аналитическими методами современной теории разностных уравнений;
- методами компьютерного исследования свойств уравнений в конечных разностях и разностных уравнений с отклоняющимся аргументом

2.1 Дисциплинарная карта компетенции ПК-1

Код ПК-1	Формулировка компетенции способность выделять наиболее актуальные направления развития теории функционально-дифференциальных динамических систем, определять новые актуальные исследовательские задачи и находить их точные формулировки
--------------------	--

Код ПК-1 Б1.ДВ.02.4	Формулировка дисциплинарной части компетенции способность выделять наиболее актуальные направления развития теории дискретных динамических систем, определять новые актуальные исследовательские задачи и находить их точные формулировки
----------------------------------	---

Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
Знать: причины и принципы формирования направлений развития теории дискретных динамических систем	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
Уметь: определять и формулировать новые актуальные исследовательские задачи теории разностных уравнений	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
Владеть: методами рационального выбора и формализации задач теории дискретных динамических систем	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

2.2 Дисциплинарная карта компетенции ПК-4

Код ПК-4	Формулировка компетенции готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных динамических систем
--------------------	---

Код ПК-4 Б1.ДВ.02.4	Формулировка дисциплинарной части компетенции готовность использовать аналитический аппарат современной теории разностных уравнений для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных динамических систем
----------------------------------	---

Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
Знать: теоретические основы современных методов	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>

решения и качественного исследования разностных уравнений		
Уметь: разрабатывать возможности применения теории разностных уравнений для исследования свойств функционально-дифференциальных динамических систем	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
Владеть: аналитическими методами современной теории разностных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

2.3 Дисциплинарная карта компетенции ПК-5

Код ПК-5	Формулировка компетенции готовность использовать современные компьютерные методы решения и исследования функционально-дифференциальных уравнений
--------------------	--

Код ПК-5 Б1.ДВ.02.4	Формулировка дисциплинарной части компетенции готовность использовать современные компьютерные методы теории разностных уравнений
----------------------------------	---

Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
Знать: теоретические основы современных компьютерных методов исследования разностных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
Уметь: разрабатывать новые возможности применения компьютерных методов теории конечных разностей и разностных уравнений с отклоняющимся аргументом	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
Владеть: методами компьютерного исследования свойств уравнений в конечных разностях и разностных уравнений с отклоняющимся аргументом	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

3. Структура учебной дисциплины по видам и формам учебной работы

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 ЗЕ (1 ЗЕ = 36 час.).

Таблица 1

Объем и виды учебной работы

№ п.п.	Вид учебной работы	Трудоёмкость, ч
		4 семестр
1	Аудиторная работа	18
	В том числе:	
	Практические занятия (ПЗ)	16
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	2
2	Самостоятельная работа (СР)	54
	Форма итогового контроля:	Зачет

4. Содержание учебной дисциплины

4.1 Модульный тематический план

Таблица 2

Тематический план по модулям учебной дисциплины (4 семестр)

Номер раздела дисциплины	Номер темы дисциплины	Количество часов и виды занятий			Самостоятельная работа	Трудоемкость, ч / ЗЕ
		аудиторная работа				
		всего	ПЗ	КСР		
1	1	2	2		6	8
	2	2	2		4	6
	3	2	2	0,5	8	10,5
Всего по разделу:		6	6	0,5	18	24,5
2	3	4	4	0,5	10	14,5
	4	2	2	0,5	8	10,5
Всего по разделу:		6	6	1	18	25
3	1	2	2	0,5	12	14,5
	2	2	2		6	8
Всего по разделу:		4	4	0,5	18	22,5
Итого:		18	16	2	54	72 / 2

4.2. Содержание разделов и тем учебной дисциплины

Раздел 1. Возвратные последовательности и разностные уравнения (ПЗ – 6 ч, СР – 18 ч)

Тема 1. Разностные уравнения первого порядка.

Возвратная (рекуррентная) последовательность, разностное уравнение, порядок уравнения, существование и единственность решения, задача Коши. Дискретная динамическая система. Нормальная форма разностной системы.

Тема 2. Линейные уравнения первого порядка. Представление решения (формула Коши). Уравнения высших порядков. Линейные системы.

Тема 3. Асимптотическое поведение решения.

Положение равновесия. Циклы. Бифуркации. Устойчивость. Область притяжения. Аттракторы. Линеаризация. Устойчивость по первому приближению.

Раздел 2. Линейные разностные уравнения и системы (ПЗ – 6 ч, СР – 18 ч)

Тема 4. Теория линейных разностных систем.

Линейные системы с постоянными коэффициентами. Периодические линейные системы. Первый и второй методы Ляпунова исследования устойчивости. Общая теория линейных систем.

Тема 5. Нелинейные уравнения

Достаточные условия устойчивости и осцилляции нелинейных уравнений. Условия глобальной устойчивости и оценка области притяжения. Логистическое уравнение, модель Пиелу.

Раздел 3. Разностные уравнения с запаздыванием
(ПЗ – 4 ч, СР – 18 ч)

Тема 6. Линейные уравнения с запаздыванием

Постановка Решение. Задача Коши. Функция Коши и представление решения линейного разностного уравнения с запаздыванием. Критерии устойчивости. Условия осцилляции и неосцилляции.

Тема 7. Нелинейные уравнения с запаздыванием.

Устойчивость и осцилляция решений нелинейных уравнений. Логистическое уравнение и модель Пиелу с запаздыванием. Дискретная модель Мэки-Гласса, уравнение Николсона.

4.3. Перечень тем лабораторных работ

При изучении данной дисциплины лабораторные работы не предусмотрены.

4.4. Перечень тем практических занятий

Таблица 3

Темы практических занятий (из пункта 4.2)

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы практического занятия	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	1	Задача Коши для дискретной динамической системы	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
2	2	Представление решения линейной динамической системы	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
3	3	Равновесие, циклы, бифуркации, устойчивость	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
4	4	Линейные системы с постоянными коэффициентами	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
5	4	Общая теория линейных систем	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
6	5	Условия глобальной устойчивости и оценка области притяжения	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
7	6	Функция Коши и представление решения линейного разностного уравнения с запаздыванием	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.

8	7	Логистическое уравнение и модель Пиелу с запаздыванием	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
---	---	--	---------------------------------------	---

4.5. Перечень тем семинарских занятий

При изучении данной дисциплины семинарские занятия не предусмотрены.

4.6. Содержание самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспирантов заключается в теоретическом изучении конкретных вопросов и выполнении творческих заданий.

Таблица 4

Темы самостоятельных заданий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы самостоятельной работы	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	3	Устойчивость циклов в системах первого порядка Бифуркации линейных систем первого порядка	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
2	5	Логистическое уравнение Модель Пиелу	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
3	6	Критерии устойчивости линейных уравнений с запаздыванием Условия осцилляции и неосцилляции линейных уравнений с запаздыванием	Творческое задание	Темы творческих заданий
4	7	Дискретная модель Мэки-Гласса Дискретное уравнение Николсона	Творческое задание	Темы творческих заданий

5. Методические указания для аспирантов по изучению дисциплины

При изучении дисциплины «Разностные уравнения» аспирантам целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.
4. К выполнению практических заданий приступать после самостоятельной работы по изучению теоретических вопросов.

6. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Для успешного освоения дисциплины применяются различные образовательные технологии, которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной профессиональной образовательной программы.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при которой аспиранты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Проведение практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором аспиранты взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность аспирантов в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности аспирантов на достижение целей занятия.

7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля по дисциплине «Разностные уравнения» представлен в виде приложения к рабочей программе дисциплины.

8. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

8.1. Карта обеспеченности дисциплины учебно-методической литературой

Б1.ДВ.02.4 «Разностные уравнения» <i>(индекс и полное название дисциплины)</i>	БЛОК I <i>(цикл дисциплины/блок)</i> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20%; text-align: center; vertical-align: middle;">x</td> <td style="padding: 0 10px;">базовая часть цикла вариативная часть цикла</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20%; text-align: center; vertical-align: middle;">x</td> <td style="padding: 0 10px;">обязательная по выбору аспиранта</td> </tr> </table>	x	базовая часть цикла вариативная часть цикла	x	обязательная по выбору аспиранта
x	базовая часть цикла вариативная часть цикла	x	обязательная по выбору аспиранта		
<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 50%; text-align: center; vertical-align: middle;">01.06.01/ 01.01.02</td> <td style="border: 1px solid black; width: 50%; text-align: center; vertical-align: middle;">Математика и механика / Функционально-дифференциальные уравнения</td> </tr> </table> <i>код направления / шифр научной специальности</i> <i>(полные наименования направления подготовки / направленности программы)</i>	01.06.01/ 01.01.02	Математика и механика / Функционально-дифференциальные уравнения			
01.06.01/ 01.01.02	Математика и механика / Функционально-дифференциальные уравнения				
2017 <i>(год утверждения учебного плана)</i>	Семестр(-ы): 4	Количество аспирантов: 2			
Факультет прикладной математики и механики Кафедра вычислительной математики и механики	тел. 8(342)239-13-03; fpmm@pstu.ru <i>(контактная информация)</i> тел. 8(342)239-15-64; vmm@pstu.ru <i>(контактная информация)</i>				

8.2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
1 Основная литература		
1	Зализняк, Виктор Евгеньевич. Основы вычислительной физики: учебное пособие для вузов / В.Е. Зализняк .— М.: Техносфера, 2008. Ч.1: Введение в конечно-разностные методы .— 2008 .— 223 с.	5
2 Дополнительная литература		
2.1 Учебные и научные издания		
1	Рябенский, Виктор Соломонович. Введение в вычислительную математику : учебное пособие для вузов / В.С. Рябенский .— 3-е изд., испр. и доп .— М. : Физматлит, 2008 .— 284 с.	3
2	Ландо, Сергей Константинович. Лекции о производящих функциях / С. К. Ландо. - 3-е изд. - Москва: МЦНМО, 2007. - 144 с. http://www.mccme.ru/free-books/	2004 - 1 2002 - 1 2007 - Московский центр непрерывного математического образования
3	Кириллов, Александр Александрович. Повесть о двух фракталах / А. А. Кириллов. - Москва: МЦНМО, 2010. - 180 с. http://www.mccme.ru/free-books/	Московский центр непрерывного математического образования
4	Годунов, Сергей Константинович. Разностные схемы. Введение в теорию : учебное пособие для вузов / С.К. Годунов, В.С. Рябенский .— 2-е изд., перераб. и доп .— Москва : Наука, 1977 .— 439 с.	5
5	Самарский, Александр Андреевич. Разностные уравнения / А. А. Самарский, Ю. Н. Карамзин .— М. : Знание, 1978 . - 63 с.	1
2.2 Периодические издания		
1	Известия вузов. Математика http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=ivm&option_lang=rus	Общероссийский математический портал
2	Дифференциальные уравнения http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=de&option_lang=rus	Общероссийский математический портал

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
		портал
3	<i>Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential. Equations</i> http://www.math.u-szeged.hu/ejqtde/	<i>Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations</i>

8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

8.3.1. Лицензионные ресурсы¹

1. Электронная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных электрон. док., издан. в Изд-ве ПНИПУ] / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т, Науч. б-ка. – Пермь, 2016. – Режим доступа: <http://elib.pstu.ru>, свободный. – Загл. с экрана.

2. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии кн., журн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам] / Электрон.-библ. система «Изд-ва «Лань». – Санкт-Петербург, 2010-2016. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

3. ProQuest Dissertations & Theses Global [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : дис. и дипломные работы на ин. яз. по всем отраслям знания] / ProQuest LLC. – Ann Arbor, 2016. – Режим доступа: <http://search.proquest.com/pqdtglobal/dissertations>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

4. Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии дис. и автореф. дис. по всем отраслям знания] / Электрон. б-ка дис. – Москва, 2003-2016. – Режим доступа: <http://diss.rsl.ru>, компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

5. Cambridge Journals [Electronic resource : полнотекстовая база данных : электрон. журн. по гуманит., естеств., и техн. наукам на англ. яз.] / University of Cambridge. – Cambridge : Cambridge University Press, 1770-2012. – Режим доступа: <http://journals.cambridge.org>. – Загл. с экрана. 11.

6. ScienceDirect [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. науч. журн. и кн. по обществ., естеств. и техн. наукам на англ. яз.] / Elsevier B. V. – Amsterdam, 2016. – Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

7. Springer [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. журн., кн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам, протоколы исследований на

¹ собственные или предоставляемые ПНИПУ по договору

англ. и нем. яз.] / Springer International Publishing AG, Part of Springer Science+Business Media. – Cham, 2016. – Режим доступа: <http://link.springer.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

8. zbMATH [Электронный ресурс] : [реф.-библиограф. и аналит. база данных по математике на англ. яз.] / FIZ Karlsruhe GmbH. – Berlin, 2016. – Режим доступа: <https://zbmath.org>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

8.3.2. Открытые интернет-ресурсы

1. Пермский семинар по функционально-дифференциальным уравнениям - <http://fde-perm.livejournal.com/>

2. Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

3. Московский центр непрерывного математического образования – <http://www.mccme.ru/>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

9.1. Специальные помещения и помещения для самостоятельной работы

Специальные помещения не требуются.

9.2. Основное учебное оборудование

Специальное оборудование не требуется.

Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой
1	2	3
1		
2		
3		
4		

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет» (ПНИПУ)



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по науке и инновациям

В.Н. Кортаев

« » « » 2017г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**для проведения промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине
«Разностные уравнения»**

Направление подготовки	01.06.01 Математика и механика
Направленность (профиль) программы аспирантуры	Функционально-дифференциальные уравнения
Научная специальность	01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
Квалификация выпускника	Исследователь. Преподаватель-исследователь
Выпускающие кафедры	Вычислительная математика и механика (ВММ) Высшая математика (ВМ)
Форма обучения	Очная
Курс: 2	Семестр: 4
Трудоёмкость:	
Кредитов по рабочему учебному плану:	2 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	72 ч
Виды контроля с указанием семестра:	
Экзамен: -	Зачёт: 4

Пермь 2017 г.

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Разностные уравнения» разработан на основании следующих нормативных документов:

- Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 866 от «30» июля 2014 г. по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика;
- Общая характеристика образовательной программы;
- Паспорт научной специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказа Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. №59 «Об утверждении Номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени» (редакция от 14 декабря 2015 года);
- Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

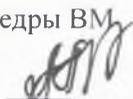
ФОС заслушан и утвержден на заседании кафедры ВММ
Протокол от « 1 » июля 2017г. № 11.
Зав. кафедрой ВМиМ



(подпись)

Н.А. Труфанов

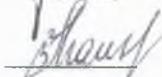
ФОС заслушан и утвержден на заседании кафедры ВМ
Протокол от « 16 » июля 2017г. № 11.
Зав. кафедрой ВМ



(подпись)

А.Р. Абдуллаев

Руководитель к.ф.-м.н., доц.
программы



(подпись)

В.В. Мальгина

Согласовано:

Начальник управления
подготовки кадров
высшей квалификации



(подпись)

Л.А. Свисткова

1. Перечень формируемых частей компетенций, этапы их формирования и контролируемые результаты обучения

1.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Согласно основной профессиональной образовательной программе аспирантуры учебная дисциплина Б1.ДВ.02.4 «Разностные уравнения» участвует в формировании следующих дисциплинарных частей компетенций:

- (ПК-1) способность выделять наиболее актуальные направления развития теории функционально-дифференциальных динамических систем, определять новые актуальные исследовательские задачи и находить их точные формулировки;
- (ПК-4) готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных уравнений;
- (ПК-5) готовность использовать современные компьютерные методы решения и исследования функционально-дифференциальных уравнений.

1.2 Этапы формирования компетенций

Освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение двух семестров. В 4 семестре предусмотрены аудиторские лекционные занятия, в 5 семестре - практические занятия, а также самостоятельная работа аспирантов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты дисциплинарных компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в дисциплинарных картах компетенций в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения и являются показателями достижения заданного уровня освоения компетенций (табл. 1).

Таблица 1

Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине
(показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Вид контроля	
	4 семестр	
	Текущий	Зачёт
Усвоенные знания		
3.1 причины и принципы формирования направлений развития теории дискретных динамических систем	С	ТВ
3.2 теоретические основы современных методов решения и качественного исследования разностных уравнений	С	ТВ
3.3 теоретические основы современных компьютерных методов исследования разностных уравнений	С	ТВ
Освоенные умения		
У.1 определять и формулировать новые актуальные исследовательские задачи теории разностных уравнений	ОТЗ	ПЗ
У.2 разрабатывать возможности применения теории разностных уравнений для исследования свойств функционально-дифференциальных динамических систем	ОТЗ	ПЗ
У.3 разрабатывать новые возможности применения компьютерных методов теории конечных разностей и разностных уравнений с отклоняющимся аргументом	ОТЗ	ПЗ
Приобретенные владения		
В.1 методами рационального выбора и формализации задач теории дискретных динамических систем	ОТЗ	ПЗ
В.2 аналитическими методами современной теории разностных уравнений	ОТЗ	ПЗ
В.3 методами компьютерного исследования свойств уравнений в конечных разностях и разностных уравнений с отклоняющимся аргументом	ОТЗ	ПЗ

С – собеседование по теме; ТВ – теоретический вопрос; ТЗ – творческое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности; ОТЗ – отчет по творческому

заданию; ПЗ – практическое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности.

Собеседование – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с аспирантом на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

Творческое задание - частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Итоговой оценкой освоения дисциплинарных частей компетенций (результатов обучения по дисциплине) является промежуточная аттестация в виде зачета, проводимого с учетом результатов текущего контроля.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

В процессе формирования заявленных компетенций используются различные формы оценочных средств текущего и промежуточного контроля.

Компоненты дисциплинарных компетенций, указанные в дисциплинарных картах компетенций в рабочей программе дисциплины, выступают в качестве контролируемых результатов обучения в рамках освоения учебного материала дисциплины: знать, уметь, владеть.

2.1 Текущий контроль

Текущий контроль для комплексного оценивания показателей знаний, умений и владений дисциплинарных частей компетенций (табл. 1) проводится в форме собеседования и защиты отчета о творческом задании.

• Собеседование

Для оценки **знаний** аспирантов проводится собеседование в виде специальной беседы преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной для выяснения объема знаний по определенному разделу, теме, проблеме.

Собеседование может выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

Критерии и показатели оценивания собеседования отображены в шкале, приведенной в табл. 2.

Таблица 2

Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного материала
Зачтено	Аспирант достаточно свободно использует фактический материал по заданному вопросу, умеет определять причинно-следственные связи событий, логично и грамотно, с использованием профессиональной терминологии обосновывает свою точку зрения.
Незачтено	Аспирант демонстрирует полное незнание материала или наличие бессистемных, отрывочных знаний, связанных с поставленным перед ним вопросом, при этом не ориентируется в профессиональной терминологии.

• Защита отчета о творческом задании

Для оценки **умений и владений** аспирантов используется творческое задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Творческие задания могут выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

Критерии оценивания защиты отчета творческого задания отображены в шкале, приведенной в табл. 3.

Таблица 3

Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного материала
<i>Зачтено</i>	Аспирант выполнил творческое задание успешно, показав в целом систематическое или сопровождающееся отдельными ошибками применение полученных знаний и умений , аспирант ориентируется в предложенном решении, может его модифицировать при изменении условия задачи. Аспирант может объяснить полностью или частично полученные результаты.
<i>Незачтено</i>	Аспирант допустил много ошибок или не выполнил творческое задание.

2.2 Промежуточная аттестация

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего контроля. Промежуточная аттестация проводится в виде зачета (4 семестр) в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки умений и владений заявленных дисциплинарных частей компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Пример билета представлен в приложении 1.

Таблица 4

Шкала оценивания уровня знаний, умений и владений на зачете

Оценка	Критерии оценивания
<i>Зачтено</i>	Аспирант продемонстрировал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания при ответе на теоретический вопрос билета. Показал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно. Аспирант выполнил контрольное задание билета правильно или с небольшими неточностями. Показал успешное или сопровождающееся отдельными ошибками применение навыков полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.
<i>Незачтено</i>	При ответе на теоретический вопрос билета аспирант продемонстрировал фрагментарные знания при ответе на теоретический вопрос билета. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов. При выполнении контрольного задания билета аспирант продемонстрировал частично усвоенное умение и применение полученных навыков при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей.

При оценке уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций в рамках выборочного контроля при сдаче зачета и кандидатского экзамена считается, что полученная оценка проверяемой в билете дисциплинарной части компетенции обобщается на все дисциплинарные части компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.

Общая оценка уровня сформированности всех дисциплинарных частей компетенций проводится с учетом результатов текущего контроля в виде интегральной

оценки по системе оценивания «зачтено» и «незачтено».

Таблица 5

Оценочный лист уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций
на зачете

Итоговая оценка уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций	Критерии оценивания компетенции
<i>Зачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «зачтено»
<i>Незачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «незачтено»

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Задания для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

1. уровня освоения теоретических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности аспиранта применять теоретические знания и профессионально значимую информацию и оценивание сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Задания для оценивания когнитивных умений (знаний) должны предусматривать необходимость проведения аспирантом интеллектуальных действий:

- по дифференциации информации на взаимозависимые части, выявлению взаимосвязей между ними и т.п.;
- по интерпретации и творческому усвоению информации из разных источников, ее системного структурирования;
- по комплексному использованию интеллектуальных инструментов учебной дисциплины для решения учебных и практических проблем.

При составлении заданий необходимо иметь в виду, что они должны носить практико-ориентированный комплексный характер и формировать закрепление осваиваемых компетенций.

4. Типовые контрольные вопросы и задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

4.1 Типовые творческие задания:

1. Определить значение константы Файгенбаума для функции $f(x) = \sin \mu x$.
2. Исследовать асимптотику уравнения $x(n+1) = 1 - \lambda x^2$, где $\lambda \in (0, 2]$.
Построить диаграмму бифуркаций.
3. Исследовать на устойчивость решений уравнения
$$x(n+3) = ax(n+2) + bx(n+1) + cx(n).$$
Получить область устойчивости в пространстве параметров.
4. Исследовать на осцилляцию решений уравнение
$$\Delta x(n) = ax(n) + bx(n-1)$$
Получить область осцилляции в пространстве параметров.

4.2 Типовые контрольные вопросы для оценивания знаний на зачете по дисциплине:

1. Условия устойчивости решений разностного уравнения вида $x(n+1) = f(x(n))$.
2. Задача Коши и представление решения линейного разностного уравнения с запаздыванием.
3. Исследование асимптотики нормальной периодической разностной системы.
4. Характеристический многочлен автономного уравнения и метод D-разбиений.

4.3 Типовые контрольные задания для оценивания приобретенных умений и владений на зачете по дисциплине:

1. Докажите, что число $\left[\left(\frac{5 + \sqrt{17}}{2} \right)^n \right]$ – четное при любом натуральном n . Здесь $[x]$ – целая часть числа x .
2. Решите логистическое уравнение $x(n+1) = 2x(n)(1 - x(n))$.
3. Лягушка прыгает по вершинам треугольника ABC , перемещаясь каждый раз в одну из соседних вершин. Сколькими способами она может попасть из A в A за n прыжков?
4. Найдите и исследуйте на устойчивость точки равновесия уравнения
$$x(n+1) = \frac{\alpha x(n)}{1 + \beta x(n)}.$$

Полный комплект вопросов и заданий для сдачи зачета в форме утвержденных билетов хранится на кафедре «Вычислительная математика и механика».

Приложение 1
Пример типовой формы экзаменационного билета



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Пермский национальный
исследовательский политехнический
университет» (ПНИПУ)

Направление
01.06.01 Математика и механика

Программа
Функционально-дифференциальные уравнения

Кафедра
Вычислительная математика и механика

Дисциплина
«Разностные уравнения»

БИЛЕТ № 1

1. Линеаризация разностного уравнения. Теорема об устойчивости по первому приближению. (контроль знаний)

2. Решите уравнение $x(n+1) = \frac{2x(n)}{x(n)+3}$. (контроль умений)

3. Исследуйте осцилляцию семейства уравнений

$$\Delta x(n) = px(\tau(n)),$$

где $p \in \mathbb{R}$ и $\tau(n) \in \{n-1, n\}$. (контроль умений и владений)

Составитель

_____ (подпись)

Чудинов К.М.

Заведующий кафедрой ВММ

_____ (подпись)

Труфанов Н.А.

« ____ » _____ 201 ____ г.

Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой
1	2	3
1		
2		
3		
4		